Erinnerung: Kripke-Struktur
→ Computation Tree
→ Menge von Pfaden

→ In den Knoten des Pfades Aussagen über die Zukunft möglich mit temporalen Operatoren:

G p : Globally p
F p : Future p
X p : Next p
p U q : p Until q

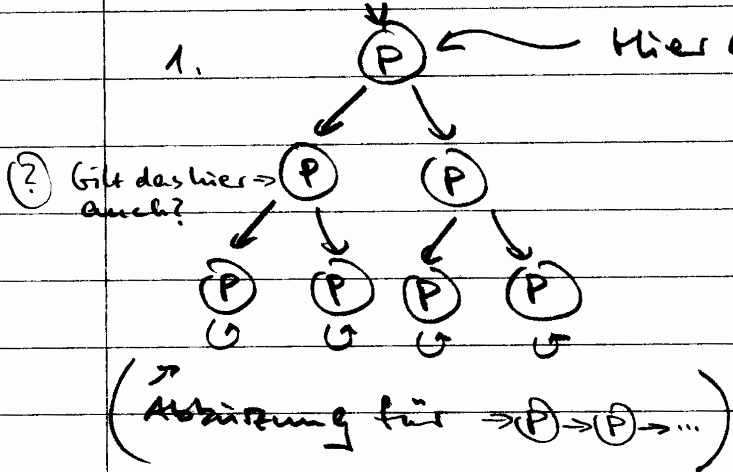
Um in den Knoten des Baums Aussagen über die Zukunft zu machen, benötigt man zusätzlich Pfadquantoren:

A p : Für alle vom betreffenden Knoten ausgehende Pfade gilt p

∃p : Es existiert mindestens ein von dem betreffenden Knoten ausgehender Pfad, für den p gilt

⇒ 8 Kombinationen von Pfadquantor mit temporalem Operator:

1.



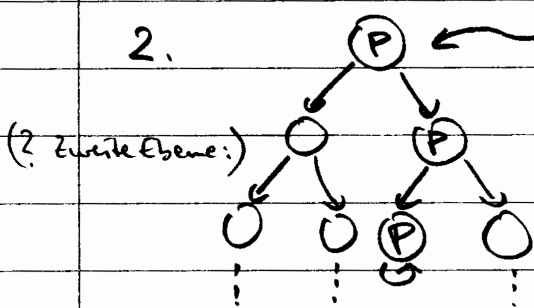
Hier gilt: AG p

= „Auf allen von hier ausgehenden Pfaden gilt immer p."

oder:

„p ist eine Invariante."

2.



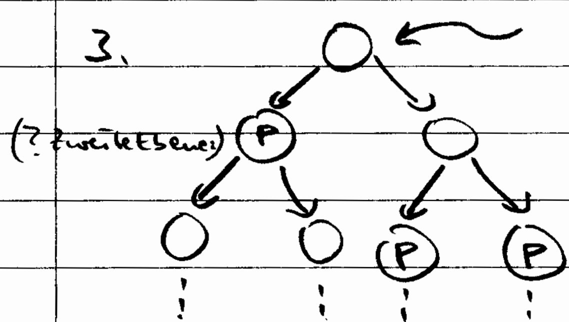
Hier gilt: EG p

= „Es gibt mindestens einen von hier ausgehenden Pfad, für den immer p gilt."

oder:

„Immer p ist möglich."

3.



Hier gilt: AF p

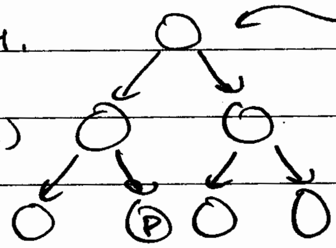
= „Für alle von hier ausgehenden Pfade gilt, dass irgendwann p gilt."

oder:

„p ist unvermeidlich."

4. Hier gilt: EF p

((?) 2. Ebene:)



= „Es gibt einen von hier ausgehenden Pfad, auf dem irgendwann p gilt."

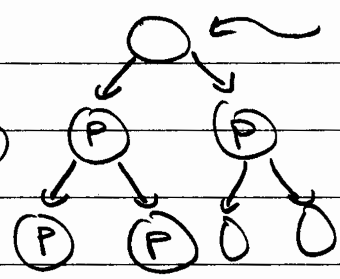
oder:

„p ist möglich."

(⟺ Erreichbarkeitsproblem: Ist ein Zustand erreichbar, für den p gilt.)

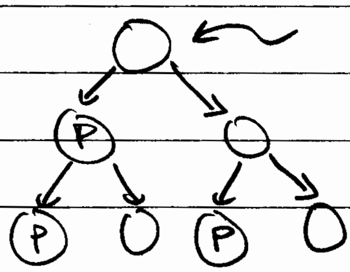
5. Hier gilt: AX p

((?) 2. Ebene:)

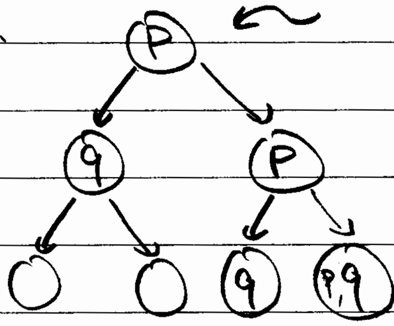


= „Auf allen von hier ausgehenden Pfaden gilt im nächsten Knoten p."

6. Hier gilt: EX p

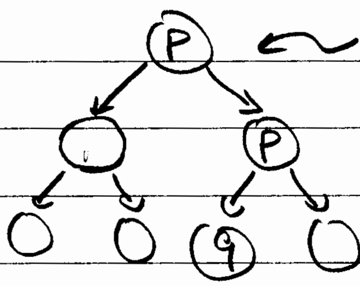


= ~~„Es gibt mindestens einen von hier ausgehenden Pfad, auf dem im nächsten Zustand p gilt."~~

7. 

Hier gilt: $p\ AU\ q$

= „Auf allen von hier ausgehenden Pfaden gilt mindestens solange in jedem Knoten p, bis ein Knoten kommt, in dem q gilt."

8. 

Hier gilt: $p\ EU\ q$

= „Es gibt mindestens einen von hier ausgehenden Pfad, auf dem mindestens so lange in jedem Knoten p gilt, bis q gilt."

Beispiele:

Verfahrenstechnik:

AG ($\neg$ Überlauf) : Es passiert nie ein Überlauf

AG (Notaus gedrückt $\rightarrow$ AF (Anlage stromlos))

— " — Start — " — Charge fertig

AG (AF Charge fertig)

AG (Pumpe an $\rightarrow$ davor liegendes Ventil offen ...)
[(*) hier Neutralisationsbsp.]

Die Pfadquantoren können negiert werden:

$\neg A\ p$: Nicht für alle Pfade gilt p.

= Es gibt mindestens einen

$= E \neg p$ Pfad, für den $\neg p$ gilt.

$\neg E\ p$:

= =

⇒ Kombinationen von Pfadquantor + temporaler Operator können umgeformt werden:

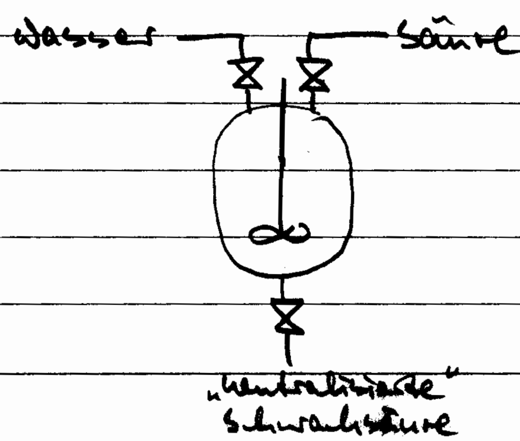
$AG\ p = \neg EF \neg p$

Bsp.: $AG\ (\neg \text{Überlauf}) = \neg EF\ (\text{Überlauf})$

$AF\ p =$

(*) Noch ein Beispiel:

Bsp. Neutralisationsreaktor:



Variablen:
Wasserventil : BOOL
Säureventil : BOOL

offen = TRUE

Anfangszustand:
Beh. leer,
alle Ventile zu

Alter Verfahrenstechnikerspruch:

„Erst das Wasser, dann die Säure,
sonst geschieht das Ungeheure."

in Temporaler Logik?

(Uns interessieren keine Eigenschaften in irgendwelchen Knoten in einzelnen Pfaden oder einzelnen Knoten im Berechnungsbaum, sondern:)

<u>Systemeigenschaften:</u>

$$M, x_0 \models p$$

Für das System M (Modell) gilt (<u>im Anfangszustand</u>) p.

Das Verhalten des Systems kann repräsentiert sein durch

1. den Berechnungsbaum
2. die Menge P^ω aller Pfade im <u>Berechnungsbaum</u>

⇒ Aussagen über das Systemverhalten können folgende Form haben

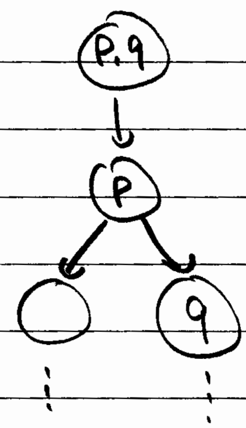
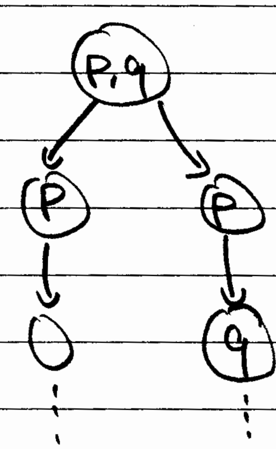
1. Für den Berechungsbaum gilt:
   <Formel mit Pfadquantoren u. temp. Operatoren>

2. Für alle Pfade in der Menge P^ω gilt:
   <Formel mit temp. Operatoren>

hier Pfadquantoren nicht mehr notwendig.
→ Warum benötigt man überhaupt Pfadquantoren?

1. und 2. ist nicht äquivalent!

Bsp.:

	M_1	M_2
Baum:		
P^ω:	$\{(\{p,q\},\{p\},\{\},\ldots),$ $(\{p,q\},\{p\},\{q\},\ldots)\}$	

Bsp. für eine Eigenschaft, die in M_1 gilt, aber nicht in M_2:

$$M_1, x_0 \models AX\,(EXq \wedge EX\neg q)$$

Wenn man nur die Menge der Pfade betrachtet, ist dieser Unterschied nicht zu erkennen.

Man benutzt den Zeitbegriff, um beide Ansätze zu unterscheiden:

Betrachtung der Pfade (2) → „lineare Zeit"
Betrachtung des Berechungsbaums (1) → „verzweigende Zeit"

Entsprechend werden die dazugehörigen Logiken definiert:

Branching time logic, computation tree logic (CTL) vs. linear time logic (LTL)

<u>Salopp:</u> (formale Def. s. Literatur)

CTL* : beliebige Verwendung von Pfadquantoren u. temporalen Operatoren

CTL : Einschränkung: Pfadquantoren und temp. Operatoren müssen immer zus. in einem Paar benutzt werden.

Bsp.: $AG\,(EF\,p)$, nicht $A\,(FG\,p)$
(wie schon immer gemacht)

LTL: Einschränkung: Es wird nur (implizit) ein Allquantor am Anfang der Formel verwendet,* sonst nur temp. Operatoren

*(= Für alle Pfade gilt, ...)

Bsp.: $A(FGp)$ geschrieben als FGp

- CTL und LTL sind echte Untermengen von CTL*.

- CTL u. LTL sind unterschiedlich aussagekräftig.

<u>Bspe</u>:

In CTL, aber nicht in LTL: $AG(EFp)$

In LTL, aber nicht in CTL: FGp

In CTL*, aber nicht in LTL/CTL:

$$AG(EFp) \vee FGp$$